

**I. A TESTEK MOZGÁSA**

**1. Egyenes vonalú egyenletes mozgás - Feltétele: a testre ható erők eredője (ΣF) nulla (ΣF = 0 N)**

**Egyenletes a mozgás**, ha a test sebességének nagysága állandó (a mozgás iránya változhat), vagyis a test egyenlő időközök alatt ugyanakkora utakat tesz meg, bármekkora is ezek az időközök.

**Pálya:** a test által mozgás közben érintett pontok összessége. **Út:** a pálya két pontja közötti rész. (jele: *s*)

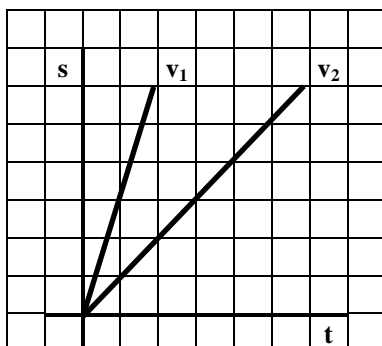
**Erő:** olyan hatás, amelynek következtében egy test mozgásállapota és/vagy alakja változik meg. (jele: *F*)

**Sebesség:** megmutatja az egységnyi **idő (t)** alatt megtett utat. (Lásd: „Kiegészítések”, 1 m/s = 3,6 km/h)

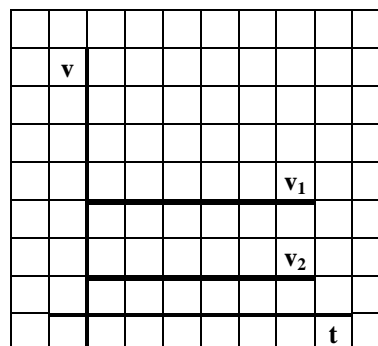
sebesség = út / idő →  $v = s / t$

**Grafikonok:**

út - idő



sebesség - idő



A nagyobb sebességhez meredekebb út - idő grafikon tartozik ( $v_2 < v_1$ )

**2. Változó mozgás - Feltétele: a testre ható erők eredője nem nulla (ΣF ≠ 0 N)**

Akár a test mozgásának **iránya**, akár **sebességének nagysága** (vagy egyidejűleg mindkettő) **változik**, a mozgást változó mozgásnak nevezzük.

**Pillanatnyi sebesség:** az a sebesség, amellyel a test egyenletesen haladna tovább, ha megszűnne a (sebesség)változást okozó erőhatás. (jele:  $v_t$ )

**Átlagsebesség:** az a sebesség, amellyel a test egyenletesen haladva, ugyanazt az utat ugyanannyi idő alatt tenné meg, mint a változó mozgással. (jele:  $v_{\bar{a}}$ ) → **átlagsebesség = összes út / összes idő** →  $v_{\bar{a}} = s_{\bar{o}} / t_{\bar{o}}$

**Egyenletesen változó mozgás:** ha egy test pillanatnyi sebessége egyenlő időtartamok alatt ugyanannyival változik. **Feltétele: a testre ható erők eredője nullánál nagyobb, állandó érték (ΣF ≠ 0 N, állandó)**

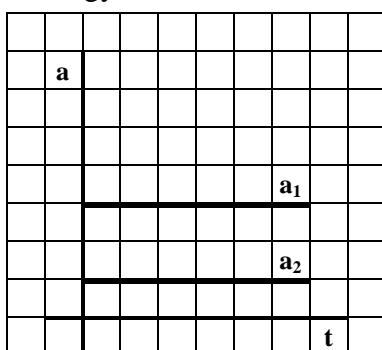
**gyorsulás:** megmutatja az időegység alatti sebességváltozást. (Lásd: „Kiegészítések”, mértékegysége: m/s<sup>2</sup>)

gyorsulás = sebességváltozás / eltelt idő →  $a = \Delta v / \Delta t$

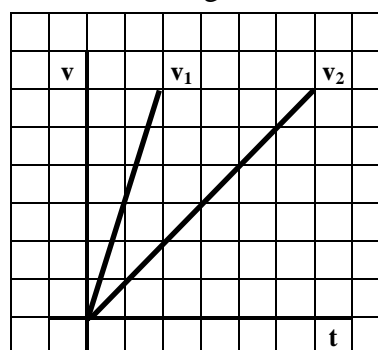
Ha a kezdősebesség ( $v_0$ ) nulla →  $s = 1/2 \cdot a \cdot t^2$ ;  $v_t = a \cdot t$

**Grafikonok:**

gyorsulás - idő



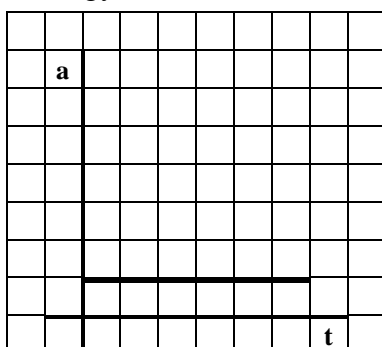
sebesség - idő



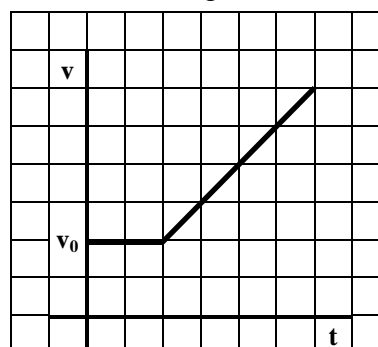
Ha a kezdősebesség ( $v_0$ ) nem nulla →  $s = v_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2$ ;  $v_t = v_0 + a \cdot t$

**Grafikonok:**

gyorsulás - idő



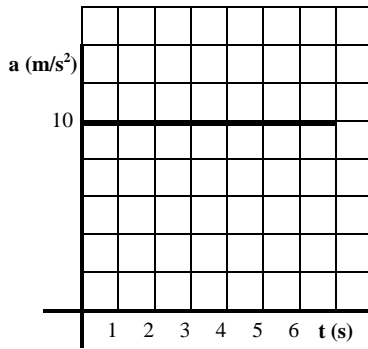
sebesség - idő



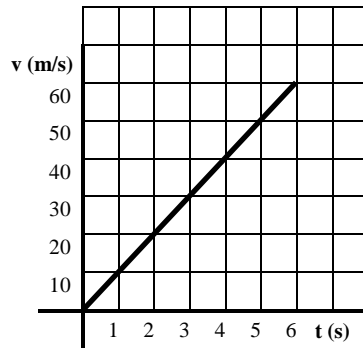
**Szabadesés:** a test olyan mozgása (esése), amelynek során csak a gravitáció hatása érvényesül.

A szabadesés olyan **egyenletesen változó mozgás**, amelynek gyorsulása  $g = 9,81 \text{ m/s}^2 (\approx 10 \text{ m/s}^2)$  állandó, vagyis a szabadon eső test sebessége minden másodpercben  $9,81 \text{ m/s}$ -mal ( $\approx 10 \text{ m/s}$ -mal) növekszik.

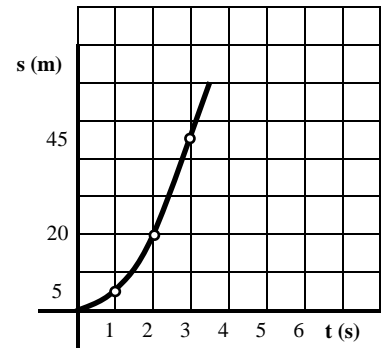
**Grafikonok:** gyorsulás - idő



sebesség - idő



út - idő



## Newton törvények

- I. **A tehetetlenség törvénye** - Minden test nyugalomban marad vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végez mindaddig, amíg közvetlen környezete (egy másik test vagy mező) meg nem változtatja mozgásállapotát.
- II. **A dinamika alaptörvénye** - Bármely testre ható erő és a test gyorsulása egyenesen arányosak, hányadosuk állandó.  $m = \frac{F}{a} \rightarrow F = m \cdot a$  (Ezt az  $m$ -mel jelölt – állandót a test **tömegének** nevezzük.)
- III. **A hatás-ellenhatás alaptörvénye** - Két test mechanikai kölcsönhatása közben fellépő erők **egyenlő nagyságúak, közös hatásvonalúak és ellentétes irányúak**. Az erő az egyik testre, az **ellenerő** a másik testre hat.
- IV. **Az erőhatások függetlenségének elve (a szuperpozíció elve)** - Ha egy testre **egyidejűleg több erő hat**, akkor hatásukat egymástól **függetlenül** fejtik ki, **eredő hatásuk** az erők **vektori eredőjének** hatásával egyenértékű. (erők **összege**  $\rightarrow$  paralelogramma módszerrel vagy láncba fűzéssel,  $\rightarrow$  „Kiegészítések”)

## II. A TÖMEG ÉS AZ ERŐ

### 1. Fogalmak

- **erőhatás** - olyan hatás, amely alak-, és/vagy mozgásállapot-változást hoz létre
- **erő** - az a vektormennyiség, amely megadja az erőhatás nagyságát és irányát  $\rightarrow [F] = N = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$
- **tömeg** - a tehetetlenség mértéke (megmutatja, hogy milyen nehéz megváltoztatni a test mozgásállapotát)
- **inerciarendszer** - olyan vonatkoztatási rendszer, amelyben teljesül a tehetetlenség törvénye

Az erő egységének meghatározása: az **egységnyi** (1 N) nagyságú **erőhatás**, az 1 kg tömegű test sebességét másodpercenként 1 m/s-mal változtatja meg (az 1 kg-os testet 1 m/s<sup>2</sup> gyorsulással/lassulással mozgatja).

### 2. Súrlódás, közegellenállás

**Csúszási súrlódás** – akkor lép fel, ha két összenyomódó felület elmozdul egymáshoz képest. A fellépő csúszási súrlódási erő ( $F_s$ ) akadályozza a test mozgását, azzal ellentétes irányú.

**Nagysága függ:**

- a felületek minőségétől ( $\mu$ ),
- a felületeket összenyomó erőből ( $F_{ny}$ ).

$$F_s = \mu \cdot F_{ny}$$

Megjegyzés: Nem függ a felületek nagyságától és az elmozdulás sebességétől sem. **A nyomóerő ( $F_{ny}$ ) mindig merőleges a felületre.**

**Tapadási súrlódás** – akkor lép fel, ha két összenyomódó felület nyugszik egymáshoz képest. A tapadási súrlódási erő ( $F_{st}$ ) akadályozza a testek elindulását, a húzóerővel mindig ellentétes irányú. Nagysága attól függ, hogy mekkora erő akarja elmozdítani a testet, bár van egy maximális értéke ( $F_{stmax}$ ), amelynél nagyobb nem lehet.

**Nagysága függ:**

- a felületek minőségétől ( $\mu_0$ ),
- a felületeket összenyomó erőből ( $F_{ny}$ ).

$$F_{stmax} = \mu_0 \cdot F_{ny}$$

Nem függ a felületek nagyságától. Általában:  $F_s < F_{st} \leq F_{stmax}$  és  $\mu < \mu_0$ .

**Gördülési ellenállás** - Ha a felületen elmozduló test gömb vagy henger alakú, jelentősen lecsökken a mozgást akadályozó erő, amely a gördülési ellenállási tényező ( $\mu_g$ ) és az összenyomó erő függvénye.  $F_g = \mu_g \cdot F_{ny}$

A háromféle súrlódási erő közötti kapcsolat:  $F_g \ll F_s < F_{stmax}$  ( $\mu_g \ll \mu < \mu_0$ )

**Közegellenállás** – akkor lép fel, ha egy test mozog egy közegben (a közeghez képest).

3. oldal

A közegellenállási erő ( $F_{k\ddot{o}}$ ) akadályozza a testek mozgását, a mozgás irányával általában ellentétes irányú.

Nagysága függ:

- a test és a közeg egymáshoz viszonyított (relatív) sebességétől ( $v$ ),
- a közeg sűrűségétől ( $\rho$ ),
- a test homlokfelületétől ( $A$ ),
- a test alakjától ( $c_1$ ).

$$F_{k\ddot{o}} = \frac{1}{2} \cdot c_1 \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

### 3. A Newton-féle gravitációs erőtvény

Mivel minden testnek van gravitációs mezője, ezért bármely két test között fellép a gravitációs kölcsönhatás, amely csak vonzásban nyilvánul meg. A két test közötti gravitációs erő ( $F_g$ ) a Newton-féle gravitációs erőtvényből kiszámítható,

$$F_g = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

ahol:  $m_1$  és  $m_2$  a két test tömege,

$r$  a két test távolsága,

$\gamma = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$  (gravitációs állandó).

## III. ENERGIA, MUNKA, TELJESÍTMÉNY, HATÁSFOK

### 1. Fogalmak

- **energia** - változtató képesség (lehet testnek és mezőnek is) ( $E$ )
- **termikus (belső) energia** - a testek hőmérsékletével, részecskéik mozgásával kapcsolatos
- **mechanikai energia** - mozgással, helyzettel, alakváltozással kapcsolatos
  - o **mozgási energia** - a mozgó testeknek van
  - o **helyzeti energia** - gravitációs mezőben levő testeknek van (pl.: asztalon levő vázának)
- **munka** - munkavégzés akkor történik, ha egy testet erőhatás ér, és a test elmozdul az erő irányába ( $W$ ).

### 2. A munka kiszámítása

Ha az erőhatás nagysága állandó, és az erő valamint az elmozdulás iránya megegyezik:

$$\text{munka} = \text{erő} \cdot \text{út} \rightarrow \boxed{W = F \cdot s} \rightarrow [W] = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

A testek, mezők energiája csökken, miközben munkát végeznek.

### 3. Energiafajták

**A mozgási (kinetikus) energia ( $E_m$  vagy  $E_k$ )**

Minden mozgó testnek van. A mozgási energia kiszámítása:  $\boxed{E_m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}$

**A helyzeti (potenciális) energia ( $E_h$  vagy  $E_p$ )**

Egy  $m$  tömegű test  $h$  magasságba történő egyenletes emeléséhez a súlyával megegyező ( $G = m \cdot g = F_e$ ) nagyságú erőt kell kifejteni, és ( $W_e = F_e \cdot h = m \cdot g \cdot h$ ) munkát kell végezni. Eközben a gravitációs mező energiája a végzett munka nagyságával megegyező mértékben változik ( $\Delta E_g = W_e$ ), a test változtató képességre (energiára) tesz szert. Ezt az energiát helyzeti energiának ( $E_h = \Delta E_g = W_e$ ) nevezzük. Tehát:  $\boxed{E_h = m \cdot g \cdot h} = \Delta E_g = W_e$

### 4. A mechanikai energia és a konzervatív erő fogalma

A mechanikai adatokkal – erő, tömeg, sebesség, elmozdulás, stb. – jellemezhető, megadható energiákat **mechanikai energiáknak** nevezzük. Ilyenek a **mozgási** és a **helyzeti** energia is.

Az olyan erőt, amelynek két pont között végzett munkája nem függ a pályagörbe alakjától, csak a két pont helyétől, **konzervatív erőnek** nevezzük.

Konzervatív erő például a **gravitációs erő**, mert ha egy testet felemelünk a talajról az asztalra, a gravitáció ellenében végzett emelési munka ( $W_e$ ) nem függ attól, hogy milyen (spirális, cikkcakkos vagy a lehető legrövidebb, nyílegyenes) pályán juttatjuk a helyére a testet, csak az asztal magasságától. Minden pálya esetében ugyanannyi munkavégzés történik ( $W_e = G \cdot h = m \cdot g \cdot h$ ).

Ha az asztal felületének egyik pontjából (A) egy másikba (B) toljuk a testet, akkor a súrlódás ellenében végzett munka ( $W_{SAB}$ ) függ attól, hogy milyen pályán, milyen hosszú úton ( $s_{AB}$ ) mozgatjuk a testet ( $W_S = F_S \cdot s_{AB}$ ), ezért **a súrlódási erő nem konzervatív erő**.

### 5. A teljesítmény (P) (Mértékegysége a Watt, melynek rövidítése (W) megegyezik a munka jelével!!!)

Megmutatja a munkavégzés sebességét, vagyis, hogy mennyi az időegységre (1 másodpercre) jutó munka.

$$\text{teljesítmény} = \frac{\text{munka}}{\text{idő}} = \frac{\text{erő} \cdot \text{út}}{\text{idő}} (\text{erő} \cdot \text{sebesség}) \rightarrow \boxed{P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot v} \text{ (ha } v = \text{állandó)} \rightarrow [P] = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W(att)}$$

### 6. A hatásfok ( $\eta$ ) (görög betű, ejtsd: éta)

Megmutatja a hasznos és az összes munkavégzés (vagy energiaváltozás) arányát. Nincs mértékegysége.

$$\text{hatásfok} = \frac{\text{hasznos munka}}{\text{összes munka}} = \frac{\text{hasznos energiaváltozás}}{\text{összes energiaváltozás}} \rightarrow \boxed{\eta = \frac{W_h}{W_\ddot{o}} = \frac{\Delta E_h}{\Delta E_\ddot{o}}} < 1 \text{ vagy } < 100\%$$

## IV. KIEGÉSZÍTÉSEK

### 1. A fizikai mennyiség fogalma, a fizikai mennyiségek csoportosítása

**Fizikai mennyiség:** A testek és a mezők mérhető jellemzőit, tulajdonságait kifejező, mérőszámmal és mértékegységgel megadható mennyiség. Pl.:  $5 \text{ m}$  → Az  $5$  a mérőszám az  $\text{m}$  (méter) a mértékegység.

$V = 6 \text{ dm}^3$  → Egy test **térfogata**  $6 \text{ dm}^3$ , vagyis a térből  $\text{dm}^3$ -ben mérve  $6$  egységnyi helyet foglal el.

$v = 5 \text{ m/s}$  → Egy test **sebessége**  $5 \text{ m/s}$  ( $\frac{5 \text{ m}}{1 \text{ s}}$ ), vagyis a test másodpercenként  $5 \text{ m}$  utat tesz meg.

$a = 3 \text{ m/s}^2$  → Egy test **gyorsulása**  $3 \text{ m/s}^2$  ( $\frac{3 \text{ m}}{1 \text{ s}}$ ), vagyis a test sebessége másodpercenként  $3 \text{ m/s}$ -mal nő.

**Skaláris mennyiség:** Olyan fizikai mennyiség, amelynek csak nagysága van (irány nem rendelhető hozzá). Ilyenek: tömeg, hőmérséklet, hosszúság (távolság), terület, térfogat, energia, idő, sűrűség.

**Vektormennyiség:** Olyan fizikai mennyiség, amelynek nagysága és iránya is van.

Ilyenek: sebesség, gyorsulás, erő (súly), lendület.

**Alapmennyiség:** Azok a fizikai mennyiségek, amelyekből a többi fizikai mennyiséget származtatjuk. (7 db)

Ilyenek: hosszúság (távolság), idő, hőmérséklet, tömeg, anyagmennyiség (mol), áramerősség, fényerősség.

**Származtatott mennyiség:** Az alapmennyiségekből (szorzás és osztás felhasználásával) hozhatók létre.

Ilyenek: sebesség (út / idő), lendület (tömeg · sebesség), sűrűség (tömeg / térfogat), stb.

**Extenzív (additív vagyis összeadódó) mennyiség:** Azok a fizikai mennyiségek, amelyek mindig előjelesen összegződnek. Ilyenek: tömeg, anyagmennyiség (mol), térfogat, erő, energia, elektromos töltés.

**Intenzív (kiegyenlítődő) mennyiség:** Azok a fizikai mennyiségek, amelyek nagysága kiegyenlítődik.

Ilyenek: hőmérséklet, nyomás, sűrűség, elektromos feszültség.

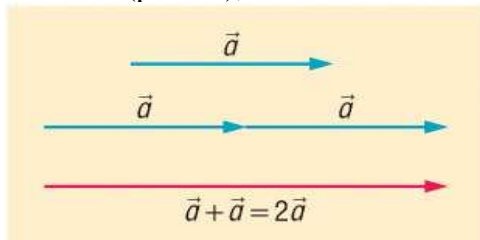
### 2. Műveletek vektorokkal

A vektorokat az ABC kisbetűivel jelöljük, egy vonással (vagy nyíllal) a tetejükön:  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  ( $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ).

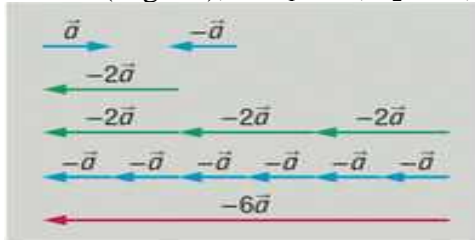
A vektorokat önmagukkal párhuzamosan – a hosszuk megtartása mellett – bárhova eltolhatjuk.

#### 2.1. Vektor szorzása (egész) számmal ( $\lambda$ )

a. ha  $\lambda > 0$  (pozitív), itt  $\lambda = 2$



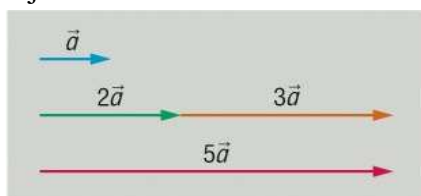
b. ha  $\lambda < 0$  (negatív), itt  $\lambda_1 = -1$ ;  $\lambda_2 = -2$ ;  $\lambda_3 = -6$



Az **ellentett vektorok** nagysága (hossza) megegyezik, irányuk ellentétes. Lásd: a fenti ábrán az  $\vec{a}$  és  $(-\vec{a})$ !

#### 2.2. Vektorok összeadása (láncba fűzés vagy paralelogramma módszer)

a. Adjuk össze a  $2 \cdot \vec{a}$  és  $3 \cdot \vec{a}$  vektorokat!



b. Adjuk össze az  $\vec{a}$  és  $(-2 \cdot \vec{a})$  vektorokat!  $\vec{a} + (-2 \cdot \vec{a}) = (-\vec{a})$



c. Adjuk össze a  $2 \cdot \vec{a}$  és  $2 \cdot \vec{b}$  vektorokat!

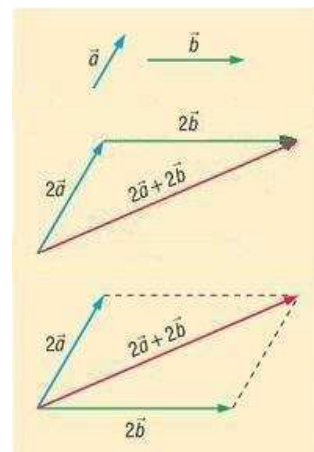
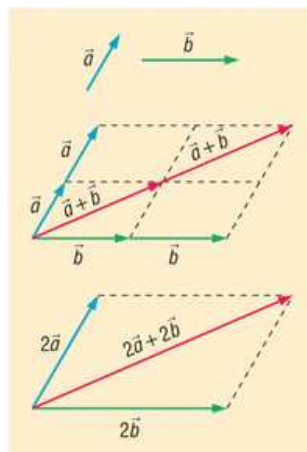
( $\vec{a}$  nem párhuzamos  $\vec{b}$ -vel)

A bal oldali ábra részletesen bemutatja a megoldást a **paralelogramma módszerrel**. Ilyenkor az **összeadandó vektorokat közös pontból indítjuk**, és egy **paralelogrammává egészítjük ki** őket.

A **két vektor összege a paralelogramma átlója lesz**.

A jobb oldali ábrán összehasonlíthatjuk a **láncba fűzéses megoldást** a paralelogramma módszerrel.

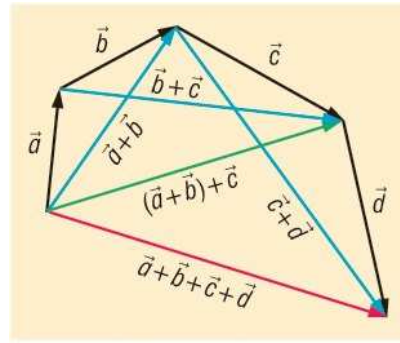
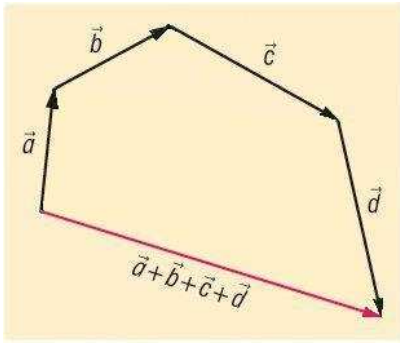
Láncba fűzésnél a **vektorokat egymás után rajzoljuk**, majd a **lanc elejét összekötjük a végével**.



A két módszer ugyanarra az eredményre vezet.

A párhuzamos vagy ellentétes vektorok csak láncba fűzéssel adhatók össze (lásd a. és b. feladat!).

Láncba fűzéssel tetszőleges számú vektor egyetlen lépésben összeadható, míg paralelogramma módszerrel csak két vektor adható egyidejűleg össze. Az összeadás sorrendje tetszőleges. ( $a + b + c + d = c + b + a + d = \dots$ )



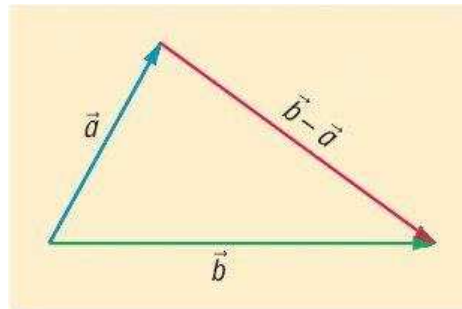
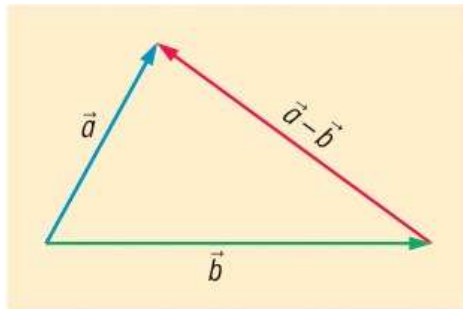
**2.3. Vektorok kivonása**

A kivonásnál a tagok (vektorok) sorrendje számít, az  $(\bar{a} - \bar{b})$  általában nem egyenlő  $(\bar{b} - \bar{a})$ -val.

Általában:  $(\bar{a} - \bar{b}) = -(\bar{b} - \bar{a})$

Kivonásnál **a két vektort közös pontból indítjuk** (mint a paralelogramma módszeres összeadásnál), majd **összekötjük a két (nyíllal jelzett) végüket** (egy háromszöget kapunk).

Az összekötő szakasznak mindig arra a végére tesszük a nyilat, amelyik vektorból kivontuk a másikat. Tehát  $(\bar{a} - \bar{b})$  esetén az  $\bar{a}$  vektor felőli,  $(\bar{b} - \bar{a})$  esetén a  $\bar{b}$  vektor felőli végére.



**3. A mozgások csoportosítása a testre ható erők eredője alapján**

**Egyenletes mozgás**  
(a sebesség nagysága állandó)  
 $\Sigma F = 0 \text{ N}$   
(az eredő erő nulla)

A test egyenlő időközönként ugyanakkora utakat tesz meg.

Nyugalmi állapot

Egyenes vonalú egyenletes mozgás

**Változó mozgás**  
(gyorsuló vagy lassuló mozgás)  
 $\Sigma F \neq 0 \text{ N}$   
(az eredő erő nem nulla)

A test sebessége változik (növekszik vagy csökken).

Egyenletesen változó mozgás  
 $\Sigma F = \text{állandó}$

Nem egyenletesen változó mozgás  
 $\Sigma F \neq \text{állandó}$

Egyenes vonalú  
Pl.: szabadesés

Nem egyenes vonalú  
Pl.: egyenletes körmozgás

**A tehetetlenség törvénye és az inerciarendszer**

A nyugvó vagy az egyenes vonalú egyenletes mozgás állapotában levő vonatkoztatási rendszerekben teljesül a tehetetlenség törvénye, ezért ezek inerciarendszerek.

**A gyorsuló (lassuló) vonatkoztatási rendszer**

Azokat a vonatkoztatási rendszereket, amelyekhez viszonyítva a testek mozgásállapota a környezet hatása nélkül is megváltozhat, gyorsuló vonatkoztatási rendszereknek nevezzük. A gyorsuló vonatkoztatási rendszerek nem inerciarendszerek (induló vagy fékező vonat, körhinta).

Pl.: A vonat hirtelen fékezésekor a csomagtartóban levő csomagok „elindulnak” a vonat mozdonya felé, pedig senki, semmilyen új erővel nem hatott rájuk. A fékező vonathoz rögzített koordináta-rendszer ezért gyorsuló (lassuló) vonatkoztatási rendszernek számít.

### Az egyenes vonalú egyenletes mozgás

Ha egy testre semmilyen erő sem hat (magára hagyott test), akkor a test vagy nyugalomban van, vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végez. Ha hatnak rá erők, de ezek hatásai egymást kiegyenlítik (lerontják), ugyanaz lesz az eredmény, mintha semmilyen erő nem hatna a testre.  $\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0} \text{ N}$

Az ilyen (egyenletes) mozgást végző test sebessége állandó, időegységenként ugyanakkora utat tesz meg, amely a sebességből rögtön kitalálható. Pl.:  $v = 6 \text{ m/s} \rightarrow$  Ez a test bármely másodpercben 6 m utat tesz meg.

Egy test (mozgási) egyensúlyban van, ha a rá ható erők összege nulla.

$$\mathbf{F}_e = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n = \mathbf{0} \quad \text{más jelöléssel: } \sum_{i=1}^n F_i = \mathbf{0} \quad \text{rövidebben: } \Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0}$$

$\Sigma$  = SZUMMA (görög betű) jelentése: ÖSSZEG

### Az egyenletesen gyorsuló mozgás

Ha egy testre egyetlen erő hat, vagy ha több erő hatása esetén azok nem egyenlítik ki egymás hatását, és eredőjük állandó nagyságú erő, akkor a test egyenletesen gyorsulva fog mozogni.  $\Sigma \mathbf{F} \neq \mathbf{0} \text{ N}$  és  $\Sigma \mathbf{F} = \text{állandó}$

Az ilyen mozgást végző test sebessége nem állandó, időegységenként ugyanannyival változik, amely a gyorsulásból rögtön kitalálható. Pl.:  $a = 4 \text{ m/s}^2 \rightarrow$  Ennek a testnek a sebessége másodpercenként 4 m/s-mal nő.

### A szabadesés

A szabadon eső test egyenletesen gyorsulva közeledik a föld felé, sebessége minden másodpercben (kerekítve) 10 m/s-mal nő, ezért gyorsulása (kerekítve)  $10 \text{ m/s}^2$ . A testet gyorsító erő, a test és a Föld közötti gravitációs kölcsönhatásból származik, iránya a Föld tömegközéppontja felé mutat. Minden test – tömegétől függetlenül – ugyanakkora gyorsulással esik a föld felé (ha a közegellenállást elhanyagoljuk). Ez a gyorsulás a Föld nem tökéletes gömb alakja miatt helyről-helyre változik, az egyenlítőnél kisebb, a sarkokon nagyobb, mint a hazánkban mérhető  $9,81 \text{ m/s}^2$  érték.

A függőlegesen felfelé valamekkora (0-tól különböző) kezdősebességgel eldobott test sebessége másodpercenként (kerekítve) 10 m/s-mal csökken, mivel lassulása (kerekítve)  $10 \text{ m/s}^2$ .

NEVE	JELE	MÉRTÉKEGYSÉGE	KISZÁMÍTÁSA
ÚT	s	mm; cm; m; km	$s = v \cdot t$ ( $s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ )
IDŐ	t	sec; min; h	$t = \frac{s}{v}$ ( $t = \sqrt{2 \cdot s / a}$ ha $v_0 = 0$ )
SEBESSÉG	v	$\frac{m}{s}$ ; $\frac{km}{h}$	$v = \frac{s}{t}$ ( $v = v_0 + a \cdot t$ )
ÁTLAGSEBESSÉG	$v_{\text{á}}$	$\frac{m}{s}$ ; $\frac{km}{h}$	$v_{\text{á}} = \frac{s_{\text{ÖSSZES}}}{t_{\text{ÖSSZES}}}$
GYORSULÁS	a	$\frac{m}{s^2}$	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{F}{m}$
TÖMEG	m	g; kg	$m = \frac{F}{a}$
ERŐ	F	$N = \frac{kg \cdot m}{s^2}$ (Newton)	$F = m \cdot a$
SÚLY	G	$N = \frac{kg \cdot m}{s^2}$	$G = m \cdot g$
MUNKA	W	$J = \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$ (Joule)	$W = F \cdot s$
ENERGIA	E	$J = \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$	<b>mozgási</b> $\rightarrow E_m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ <b>helyzeti</b> $\rightarrow E_h = m \cdot g \cdot h$
TELJESÍTMÉNY	P	$W = \frac{J}{s}$ (Watt)	$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{t}$
HATÁSFOK	$\eta$	nincs (arányszám)	$\eta = \frac{W_h}{W_{\text{ö}}} = \frac{\Delta E_h}{\Delta E_{\text{ö}}}$
SÚRLÓDÁSI EGYÜTTHATÓ	$\mu$ (mű) $\mu_0$	nincs (arányszám)	$\mu = \frac{F_s}{F_{ny}}$ ; $\mu_0 = \frac{F_{STMAX}}{F_{ny}}$
HOSSZÚSÁG	l	mm; cm; m; km	
FELSZÍN	A	$cm^2$ ; $dm^2$ ; $m^2$	
TÉRFOGAT	V	$cm^3$ ; $dm^3$ ; $m^3$	

A zárójelbe tett képletek a gyorsuló mozgásnál érvényesek ( $v_0$  a kezdősebességet jelenti), a zárójel előtti képletek az egyenletes mozgásnál használhatók.

Ha egy fizikai mennyiség nevét szögletes zárójelbe tesszük [F], akkor azt fejezzük ki, hogy az adott fizikai mennyiség mértékegységéről van szó.

[F] = N azt jelenti, hogy az **erő mértékegysége a N(ewton)**.

[V] =  $m^3$  azt jelenti, hogy a **térfogat mértékegysége a  $m^3$** .

A következő oldalakon egy próba feladatsor található, mely után a feladatok megoldásai is megnézhetőek. Segíthet a beadandó feladat teljesítésénél.

## PRÓBA FELADATSOR

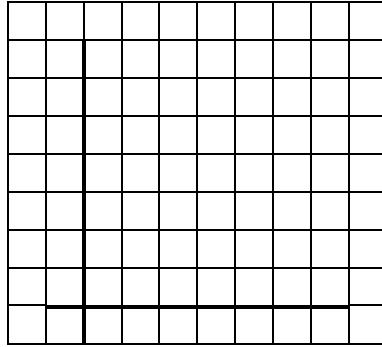
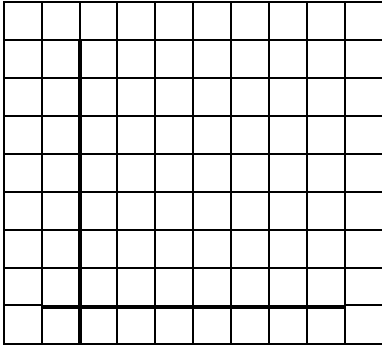
1. Magyarázd meg, írd le röviden, mi történik!

a. Egy testre egyetlen, állandó nagyságú és irányú erő hat.

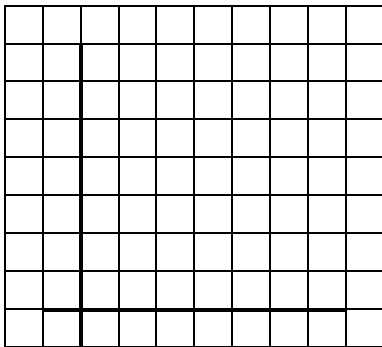
b. Mitől lehet az, hogy a lejtőre helyezett test nem indul el a lejtőn lefelé?

2. Végezd el a számításokat, készítsd el a grafikonokat!

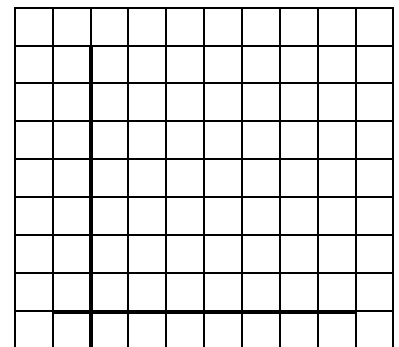
a. Egy kerékpáros 3 m/s sebességgel egyenletesen mozog. Rajzold meg a sebesség - idő, és út - idő grafikonját!



b. A szakadékba ejtett kő szabadon esik. Rajzold meg a sebesség - idő, és út - idő grafikonját! Számolj!

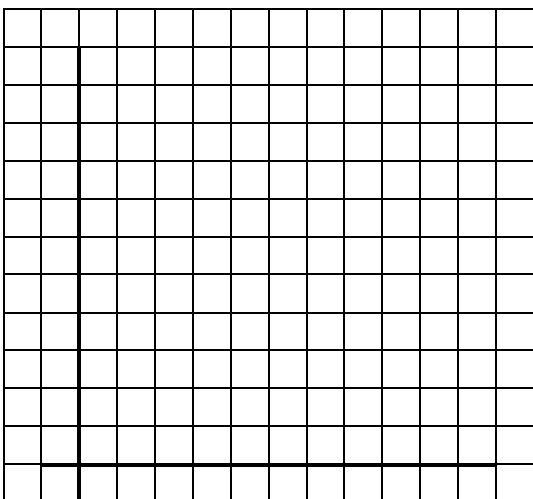


t (s)	1	2	3	4
v (m/s)				
s (m)				



c. Egy autó 27 m/s sebességről 9 másodperc alatt, egyenletesen lassulva megáll.

Rajzold meg a sebesség - idő grafikonját! Mekkora utat tesz meg a megállásig?



3. Mekkora vonzóerőt gyakorol egymásra 3 km távolságból egy 500 kg tömegű, és egy 4000 kg tömegű test?



4. Mekkora a mozgási energiája a 600 kg tömegű, 18 m/s sebességgel haladó Trabantnak?

9. oldal

5. Mennyivel nő a gravitációs mező energiája (mennyit változik Pisti helyzeti energiája), ha a 48 kg tömegű Pisti felmászik egy fa 12 m magasságban levő ágára?

6. Mekkora utat tesz meg 4 másodperc alatt, az álló helyzetből induló,  $6 \text{ m/s}^2$  gyorsulással mozgó golyó?

7. Egy szakadékba ejtett kő 4 s múlva éri el a szakadék alját.

a. Milyen mély a szakadék?

b. Mekkora sebességgel csapódik a kő a szakadék aljának?

c. Mekkora a szakadék alján a mozgási energiája, ha tömege 2,8 kg?

8. Fügőlegesen feldobunk 30 m/s sebességgel egy golyót. Mennyi idő múlva ér földet?

9. Mekkora lesz a végsebessége az álló autónak, ha 7 másodpercig  $6 \text{ m/s}^2$  gyorsulással mozog?

10. Egy 200 N súlyú (20 kg tömegű) nyugvó testet, állandó sebességgel odahúztunk egy 5 méter távolságban levő lejtő lábához. A csúszási súrlódási együttható értéke 0,3, a tapadási súrlódási együttható értéke 0,7.

a. Mekkora erőt kellett kifejtenünk a test húzása közben?

b. Mekkora erőt kellett kifejtenünk a test mozgásba hozatalához (elindításához)?

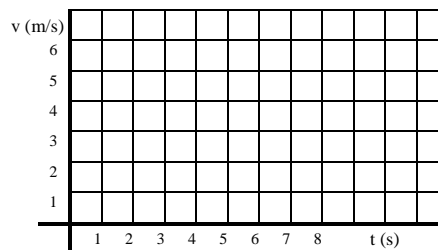
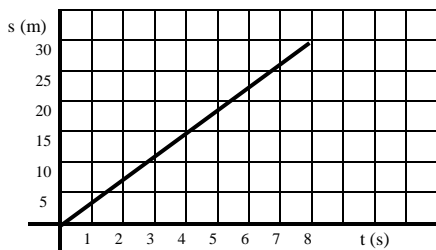
c. Mennyi munkát végeztünk, amíg odaértünk a lejtő lábához?

11. Az út - idő grafikon alapján válaszold meg az alábbi kérdéseket!

a. A test egyenletesen mozgott? .....

b. Mennyi utat tett meg az első 4 s alatt? .....

c. Rajzold meg a sebesség - idő grafikont!



12. Egy gép 48000 J munkát végzett el 20 másodperc alatt?

a. Mekkora volt a teljesítménye?

b. Mekkora volt a munkavégzés hatásfoka, ha az összes munkából 12000 J hasznosult?

13. Egy testre két erő hat. Az egyik nagysága 5 N és ÉK-i irányba hat, a másik nagysága 8 N és DK-i irányba hat. Szerkeszd meg a testre ható eredő erőt!

Milyen lesz a test mozgásállapota?

.....

.....

1. a. Ilyen esetben a test egyenes vonalban, állandó gyorsulással fog mozogni.

b. A lejtőn levő testre a tapadási súrlódási erő hat mindaddig, amíg mozgásba nem jön. A tapadási súrlódási erő éppen kiegyenlíti a lejtő síkjával párhuzamos mozgató erőt, amíg az meg nem haladja a tapadási súrlódási erő maximumát. Ezért a testre ható erők eredője nulla, így a test nyugalomban fog maradni.

Ha a lejtő dőlésszögét növelnénk, a mozgató erő növekedne, és előbb-utóbb meghaladná a tapadási súrlódási erő maximumát. Ekkor az eredő erő nem nulla lenne, a test (gyorsulva) elindulna a lejtőn lefelé.

**2. GRAFIKONOK**

a. kerékpáros

b. szabadon eső kő

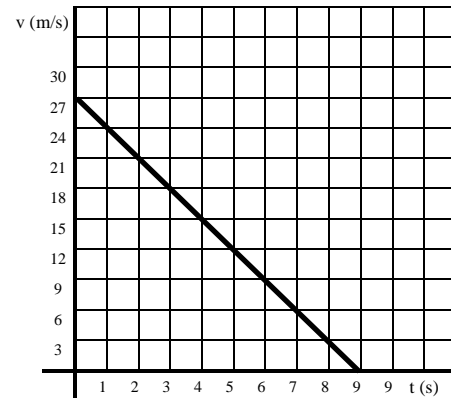
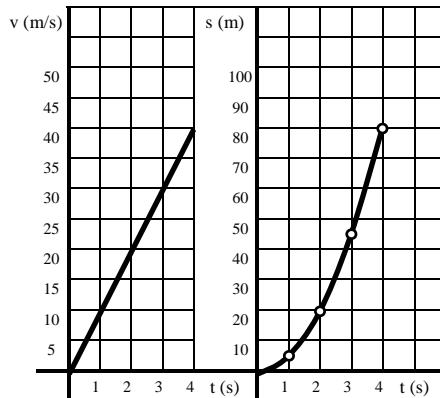
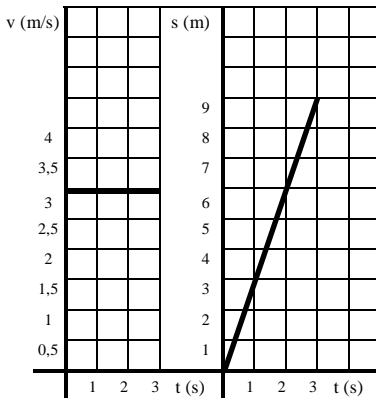
c. lassuló autó

t (s)	1	2	3	4
v (m/s)	10	20	30	40
s (m)	5	20	45	80

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 \text{ m/s} - 27 \text{ m/s}}{9 \text{ s}} = \frac{-27 \text{ m/s}}{9 \text{ s}} = \underline{\underline{-3 \text{ m/s}^2}}$$

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$s = 243 \text{ m} - 121,5 \text{ m} = \underline{\underline{121,5 \text{ m}}}$$



3.  $r = 3 \text{ km} = 3000 \text{ m} = 3 \cdot 10^3 \text{ m}$

$$m_1 = 500 \text{ kg} = 5 \cdot 10^2 \text{ kg}$$

$$m_2 = 4000 \text{ kg} = 4 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

$$\gamma = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

$F_g = ?$

$$\boxed{F_g = 1,49 \cdot 10^{-11} \text{ N}}$$

$$F_g = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \cdot \frac{5 \cdot 10^2 \text{ kg} \cdot 4 \cdot 10^3 \text{ kg}}{(3 \cdot 10^3 \text{ m})^2}$$

$$F_g = \frac{134 \cdot 10^{-11} \cdot 10^5 \text{ N}}{9 \cdot 10^6} = \frac{1,34 \cdot 10^{-4} \text{ N}}{9 \cdot 10^6} = \underline{\underline{0,149 \cdot 10^{-10} \text{ N}}}$$

4.  $m_1 = 600 \text{ kg} = 6 \cdot 10^2 \text{ kg}$

$$v = 18 \text{ m/s}$$

$E_m = ?$

$$\boxed{E_m = 9,72 \cdot 10^4 \text{ J}}$$

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 600 \text{ kg} \cdot (18 \text{ m/s})^2 = 300 \cdot 324 \cdot \text{kgm}^2/\text{s}^2$$

$$E_m = 97200 \text{ J} = \underline{\underline{9,72 \cdot 10^4 \text{ J}}}$$

5.  $m = 48 \text{ kg}$

$$h = 12 \text{ m}$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$E_h = ?$

$$\boxed{E_h = 5,76 \cdot 10^3 \text{ J}}$$

$$E_h = m \cdot g \cdot h = 48 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 12 \text{ m} = 480 \cdot 12 \cdot \text{kgm}^2/\text{s}^2$$

$$E_h = 5760 \text{ J} = \underline{\underline{5,76 \cdot 10^3 \text{ J}}}$$

6.  $t = 4 \text{ s}$

$$v_0 = 0 \text{ m/s}$$

$$a = 6 \text{ m/s}^2$$

$s = ?$

$$\boxed{s = 48 \text{ m}}$$

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 0 \text{ m/s} \cdot 4 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 6 \text{ m/s}^2 \cdot (4 \text{ s})^2$$

$$s = 0 \text{ m} + 3 \text{ m/s}^2 \cdot 16 \text{ s}^2 = \underline{\underline{48 \text{ m}}}$$

7.  $t = 4 \text{ s}$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$v_0 = 0 \text{ m/s}$$

$$m = 2,8 \text{ kg}$$

$s = ?$

$$\boxed{s = 80 \text{ m}}$$

$v = ?$

$$\boxed{v = 40 \text{ m/s}}$$

$E_m = ?$

$$\boxed{E_m = 22,4 \text{ J}}$$

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 0 \text{ m/s} \cdot 4 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot (4 \text{ s})^2$$

$$s = 0 \text{ m} + 5 \text{ m/s}^2 \cdot 16 \text{ s}^2 = \underline{\underline{80 \text{ m}}}$$

$$v = v_0 + a \cdot t = 0 \text{ m/s} + 10 \text{ m/s}^2 \cdot 4 \text{ s} = \underline{\underline{40 \text{ m/s}}}$$

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 2,8 \text{ kg} \cdot (40 \text{ m/s})^2 = 1,4 \cdot 16 \cdot \text{kgm}^2/\text{s}^2$$

$$E_m = 22,4 \text{ kgm}^2/\text{s}^2$$

$$E_m = \underline{\underline{22,4 \text{ J}}}$$

8. Mivel a függőlegesen feldobott test lassulása  $a = -g = -10 \text{ m/s}^2$ , másodpercenként  $10 \text{ m/s}$ -mal csökken a sebessége. A  $30 \text{ m/s}$  kezdősebesség  $3 \text{ s}$  alatt csökken nullára, tehát  $3 \text{ másodpercig}$  emelkedik.

A golyó ugyanannyi ideig zuhan visszafelé, mint amennyi ideig felfelé emelkedett, így a feldobás és a leérkezés között összesen  $6 \text{ s}$  telik el.  $t_0 = 6 \text{ s}$

9.  $t = 7 \text{ s}$   
 $a = 6 \text{ m/s}^2$   
 $v_0 = 0 \text{ m/s}$

$$v = v_0 + a \cdot t = 0 \text{ m/s} + 6 \text{ m/s}^2 \cdot 7 \text{ s} = \underline{\underline{42 \text{ m/s}}}$$

$v = ?$   $v = 42 \text{ m/s}$

10.  $G = 200 \text{ N}$  ( $= F_{ny}$ )

$s = 5 \text{ m}$

$\mu = 0,3$

$\mu_0 = 0,7$

$F_h = F_s = \mu \cdot F_{ny}$

$F_h = 0,3 \cdot 200 \text{ N} = \underline{\underline{60 \text{ N}}}$

$F_{stmax} = \mu_0 \cdot F_{ny}$

$F_{stmax} = 0,7 \cdot 200 \text{ N} = \underline{\underline{140 \text{ N}}}$

$W = F_h \cdot s = 60 \text{ N} \cdot 5 \text{ m} = \underline{\underline{300 \text{ Nm}}} = \underline{\underline{300 \text{ J}}}$

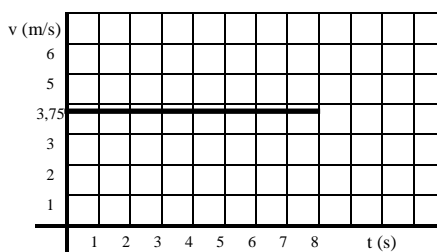
$F_h = ?$   $F_h = 60 \text{ N}$

$F_{stmax} = ?$   $F_{stmax} = 140 \text{ N}$

$W = ?$   $W = 300 \text{ J}$

11. a. A test egyenletesen mozgott.  
 b. Az első  $4 \text{ s}$  alatt  $15 \text{ m}$  utat tett meg.  
 c. GRAFIKON ( $v - t$ )

$v = \frac{s}{t} = \frac{15 \text{ m}}{4 \text{ s}} = \underline{\underline{3,75 \text{ m/s}}}$



12.  $W_{\delta} = 48000 \text{ J}$

$t = 20 \text{ s}$

$W_h = 12000 \text{ J}$

$P = \frac{W_{\delta}}{t} = \frac{48000 \text{ J}}{20 \text{ s}} = 2400 \text{ J/s} = \underline{\underline{2400 \text{ W}}} = \underline{\underline{2,4 \text{ kW}}}$

a.  $P = ?$   $P = 2400 \text{ W} = 2,4 \text{ kW}$

b.  $\eta = ?$   $\eta = 0,25 = 25\%$

$\eta = \frac{W_h}{W_{\delta}} = \frac{12000 \text{ J}}{48000 \text{ J}} = \frac{1}{4} = \underline{\underline{0,25}} = \underline{\underline{25\%}}$

13. A test egyenes vonalban, egyenletes gyorsulással fog mozogni az eredő (erő) vektor irányába.

